11-6 المتعامدات والمسافة

السابق
- أثبت أن مستقيمين متوازيان باستخدام العلاقات بين الزوايا.

الحالي
1 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم.
2 إيجاد المسافة بين المستقيمات المتوازية.

لماذا؟
- الشاقول (ثقل العادن) مصنوع من خيط موصل به ثقل مصمم خصيصًا. وعندما يُعلّق الثقل ويُسمح له بالتأرجح بحرية، فطرف الثقل سيكون بالضبط أسفل الطرف الذي ثُبّت عليه الخيط.

الشاقول مفيد في تعيين الخط الرأسي أو العمودي الحقيقي عند بناء جدار أو عند تعليق ورق حائط.

المفردات الجديدة

مسافة متساوية equidistant

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية. استخدام نماذج الرياضيات.

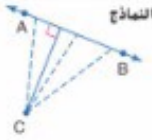
1 المسافة من نقطة إلى مستقيم

يشير الشاقول كذلك إلى أقصر مسافة بين النقطة التي عُلّق عليها في السقف و الأرض المستوية أسفلها. وهذه المسافة العمودية بين نقطة ومستقيم هي الأقصر في كل الحالات.

المفهوم الأساسي المسافة بين نقطة ومستقيم

الشرح المسافة بين مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.

استخدام النماذج

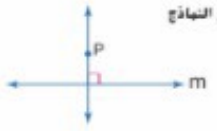


من خلال إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم موجود بالفعل عبر نقطة ليست على المستقيم الموجود كما هو موضح في درس التوسع 5-10. يتم إثبات أنه هناك على الأقل مستقيم واحد يمر عبر نقطة P وهو عمودي على مستقيم AB. والمسلمة التالية توضح أن هذا المستقيم هو المستقيم الوحيد المار عبر النقطة P والعمودي على $\overline{AB}$.

المسلمة 11.6 مسلمة التعامد

الشرح إذا أُعطيت مستقيمًا ونقطة ليست على هذا المستقيم، يوجد مستقيم واحد بالضبط يمر عبر النقطة العمودية على المستقيم المعطى.

استخدام النماذج



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-11 استخدام العلاقات بين الزوايا لإثبات توازي مستقيمين.

الدرس 6-11 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم. وإيجاد المسافة بين مستقيمين متوازيين.

بعد الدرس 6-11 وضع تخمينات حول المستقيمات وتحديد مدى صحة هذه التخمينات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:
- ما المهن الأخرى التي قد تستخدم الشاقول؟ يُستخدم الشاقول بواسطة النجّار والمسّاح.
- لماذا من المهم استخدام أداة تضمن دقة التخطيط الرأسي الصحيح لأي مبنى؟ تكون المباني أكثر استقرارًا وثباتًا ودقة من الناحية الهيكلية عندما تتم المحاذاة الرأسية والأفقية بشكل صحيح.
- ما الأداة المكافئة للشاقول التي تمكننا من التأكد من المحاذاة الأفقية الصحيحة للمبنى؟ ميزان البناء

1 المسافة من نقطة إلى مستقيم

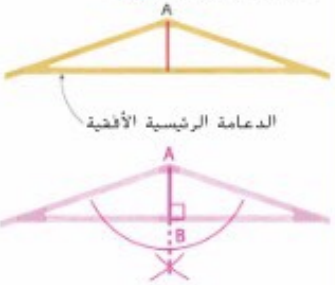
المثال 1 يوضح طريقة تحديد المسافة بين مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه بإنشاء قطعة مستقيمة متعامدة على المستقيم الأصلي. **المثال 2** يوضح طريقة استخدام هندسة الإحداثيات لإيجاد المسافة من مستقيم إلى نقطةٍ لا تنتمي إليه.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 الإنشاء تمّ تصميم جمالون حديدي لسقفٍ ما بحيث يمتد العمود المركزي من قمة السقف (النقطة A) إلى الدعامة الرئيسية الأفقية. قم بإنشاء وتسمية القطعة المستقيمة التي يمثّل طولها أقصر طول للقطعة الخشبية المطلوبة لربط قمة السقف بالدعامة الرئيسية الأفقية. AB

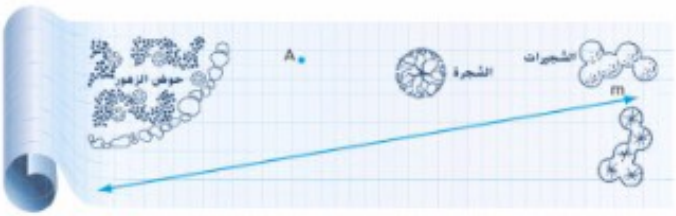


إجابة إضافية (تمرين موجّه)

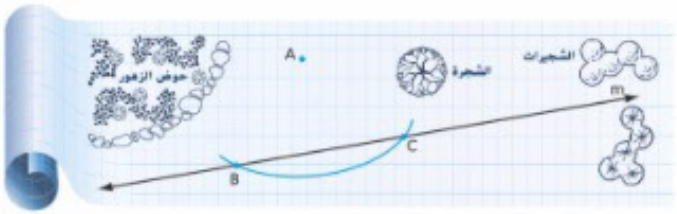
1. $\overline{QT}$ يمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$.

مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

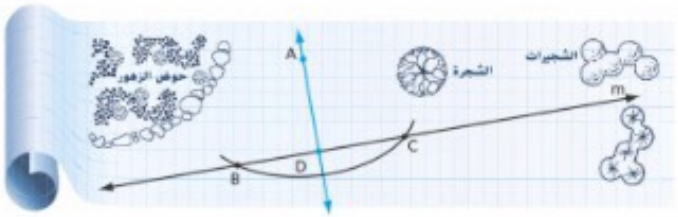
تنسيق الحدائق لاحظتْ مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يُصرِّف المياه على نحو جيد. وترغبُ المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض مُمثلة بالمستقيم m. فأنشئ وسمّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمكّن أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة A.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين B و C على المستقيم m الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة A.



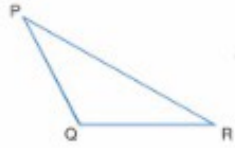
حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم m بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة B والنقطة C. سمّ هذه النقطة D. ثم ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ بحيث يكون $\overleftrightarrow{AD} \perp \overline{BC}$.



قياس $\overline{AD}$ يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة A.

تمرين موجّه

1. انسخ الشكل. ثم أنشئ وسمّ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$. **انظر الهامش.**



مهنة من الحياة اليومية

مهندس تنسيق الحدائق

يستمتع مهندسو تنسيق الحدائق بالعمل بأيديهم ويمتلكون مهارات تحليلية قوية. كما أن الرؤية الإبداعية والموهبة الفنية من الصفات المطلوبة في هذه المهنة. وفي المعتاد، يُطلب من مهندسي تنسيق الحدائق الحصول على درجة البكالوريوس. ولكن قد تكون درجة الماجستير مطلوبة من أجل تخصصات مثل تصميم ملاعب الجولف.

نصيحة دراسية

رسم أقصر مسافة يمكنك استخدام أدوات مثل زاوية قطعة ورق لمساعدتك على رسم قطعة مستقيمة عمودية من نقطة إلى مستقيم. ولكن لا يمكن استخدام سوى فرجار ومسطرة عدلة لإنشاء هذه القطعة المستقيمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

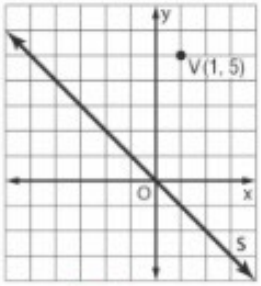
المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية حدد بعض الأمثلة على مستقيمات متوازية في حجرة الصف، مثل الخطوط الأسمنتية في بلاط الأرضية أو إطار اللوحة. اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لقياس المسافة من نقاط عديدة على طول أحد المستقيمات إلى نقطة ثابتة على مستقيم آخر. كلف الطلاب بمناقشة النتائج التي حصلوا عليها. وأدِرْ المناقشات بحيث يتمكّن الطلاب من ملاحظة علاقات القطع المستقيمة والمسافات بين المستقيمات المتوازية.

التركيز على محتوى الرياضيات

الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتعامدة حسب التعريف، فإن المستقيمات المتعامدة تكوّن زوايا قائمة. وبسبب تطابق الزوايا القائمة، فإن الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتعامدة تكون متطابقة ومتجاورة. وفي المقابل، إذا نتج عن المستقيمين زوايا متطابقة ومتجاورة، فحينها يكون المستقيمان متعامدين.

مثال إضافي

2 **الهندسة الإحداثية** يحتوي المستقيم s على نقطتين عند (0, 0) و (-5, 5). فأوجد المسافة بين المستقيم s والنقطة $V(1, 5)$.



الإجابة النموذجية: $d = \sqrt{18}$ أو حوالي 4.24 وحدات

التدريس باستخدام التكنولوجيا

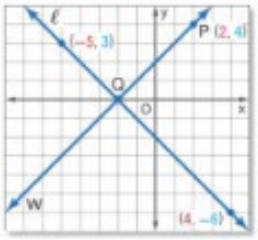
التسجيل الصوتي كلّف الطلاب باستخدام تعبيراتهم الخاصة لشرح السبب وراء اعتبار المسافة من نقطة إلى مستقيم هي طول القطعة المستقيمة المتعامدة التي تمتد من النقطة حتى هذا المستقيم. ثم ارفع الملفات الصوتية على موقع الويب الخاص بالصف الدراسي.

نصيحة دراسية

المسافة إلى المحاور لاحظ أن المسافة من نقطة إلى المحور الأفقي x يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي y. والمسافة من نقطة إلى المحور الرأسي y يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي x.

مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين في (3 ,5−) و (6− ,4). فأوجد المسافة بين المستقيم ℓ والنقطة $P(2, 4)$.



الخطوة 1 أوجد معادلة هذا المستقيم ℓ.

ابدأ بإيجاد ميل المستقيم المار عبر النقطتين (3 ,5−) و (6− ,4).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

ثم اكتب معادلة هذا المستقيم باستخدام النقطة (6− ,4) الموجودة على هذا المستقيم.

$y = mx + b$	صيغة الميل و التقاطع
$-6 = -1(4) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (4, -6)$
$-6 = -4 + b$	بسّط.
$-2 = b$	اجمع 4 على كل طرف.

معادلة المستقيم ℓ هي $y = -x + (-2)$ أو $y = -x - 2$.

الخطوة 2 اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم ℓ المار عبر $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم ℓ هو 1− وميل المستقيم p هو 1. فاكتب معادلة المستقيم w المار عبر $P(2, 4)$ بميل قيمته 1.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$4 = 1(2) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (2, 4)$
$4 = 2 + b$	بسّط.
$2 = b$	اطرح 2 من كل طرف.

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

الخطوة 3 حل نظام المعادلات لتحديد نقطة التقاطع.

المستقيم ℓ	$y = -x - 2$
المستقيم w	$(+)\ y = x + 2$
	اجمع المعادلتين.
$2y = 0$	
$y = 0$	اقسم كل طرف على 2.

أوجد حل x.

	عوّض 0 عن y في المعادلة الثانية.
$0 = x + 2$	
$-2 = x$	اطرح 2 من كل طرف.

نقطة التقاطع هي (0 ,2−). لنفترض أن هذه النقطة هي Q.

الخطوة 4 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $P(2, 4)$ و $Q(-2, 0)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	قانون المسافة
$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$	$x2 = -2$ و $x1 = 2$ و $y2 = 0$ و $y1 = 4$
$= \sqrt{32}$	بسّط.

المسافة بين النقطة والمستقيم هي $\sqrt{32}$ أو حوالي 5.66 وحدة.

محتوى الكتاب © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

687

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

يعني التعبير "على نفس المسافة" أن المسافة المقيسة بين مستقيمين بطول أي مستقيم متعامد على كلا المستقيمين تكون واحدة دائمًا. في **المثال 3**، سيعمل الطلاب على إيجاد المسافة بين مستقيمات متوازية جبريًا.

مثال إضافي

3 أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b باستخدام المعادلتين $y = 2x + 3$ و $y = 2x - 1$. بالترتيب.

حوالي 1.79 وحدة

إرشاد للمعلمين الجدد

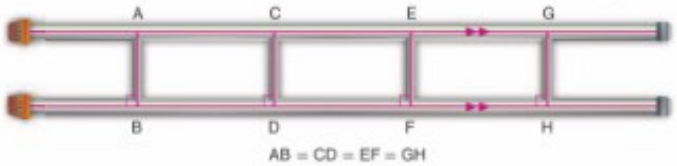
روابط من الحياة اليومية كلّف الطلاب بتحديد طريق مستقيم داخل حديقة أو ملعب أو حقل. ويجب عليهم تصوّر أي نقطة في الحديقة لا تقع على الطريق. وافتراض ذهابهم من هذه النقطة مباشرةً إلى الطريق. ثمّ عليهم إثبات أنّ انتقالهم إلى الطريق تمّ بشكلٍ متعامد عليه.

تمرين موجّه

2. المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين في (1, 2) و (5, 4). فأنشئ خطًا عموديًا على ℓ ويمر عبر $P(1, 7)$. ثم أوجد المسافة من P إلى ℓ. $\sqrt{20} \approx 4.47$

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

حسب التعريف، فالمستقيمات المتوازية لا تتقاطع. ويذكر تعريف بديل أن مستقيمين في مستوى يكونان متوازيين إذا كانا على **مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان**. وعلى مسافة واحدة تعني أن المسافة بين مستقيمين مقيسين بامتداد مستقيم عمودي على المستقيمين هي نفسها دائمًا.

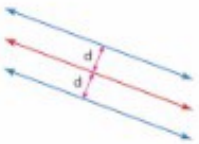


$AB = CD = EF = GH$

وهذا يؤدي إلى تعريف المسافة بين مستقيمين متوازيين.

المفهوم الأساسي المسافة بين المستقيمات المتوازية

المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

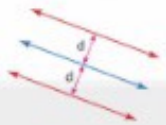


تذكّر من الدرس 1-10 أن المحل الهندسي هو مجموع كل النقاط التي تحقق شرطًا معطى. والمستقيمات المتوازية يمكن وصفها على أنها المحل الهندسي لنقاط في مستوى على مسافة واحدة من مستقيم معطى.

نصيحة دراسية

المحل الهندسي للنقاط على مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين

على العكس، المحل الهندسي للنقاط في مستوى وعلى مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين هو مستقيم ثالث متوازٍ مع المستقيمين المتوازيين ومتمركز بينهما.



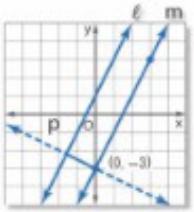
النظرية 11.9 مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث

في مستوى، إذا كان مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.

سوف تثبت النظرية 11.9 في التمرين 30.

مثال 3 المسافة بين المستقيمات المتوازية

أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين ℓ و m باستخدام المعادلتين $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 3$ على الترتيب.



سنحتاج إلى حل نظام معادلات لإيجاد النقطتين الطرفيتين لقطعة مستقيمة عمودية على كل من ℓ و m. ومن معادلتيهما، نعرف أن ميل المستقيم ℓ والمستقيم m هو 2.

ارسم المستقيم p المار عبر التقاطع مع المحور y للمستقيم m (0, −3). والعمودي على المستقيمين m و ℓ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

688 | الدرس 6-11 | المتعامدات والمسافة

الخطوة 1 اكتب معادلة للمستقيم p. مع العلم أن ميل p هو المعكوس الضربي المقابل لـ 2، أو $-\frac{1}{2}$. استخدم التقاطع مع المحور y للمستقيم m، والنقطة $(0, -3)$. يوصفها إحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة العمودية.

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ صيغة الميل والنقطة

$[y - (-3)] = -\frac{1}{2}(x - 0)$ $x_1 = 0$ و $y_1 = -3$ و $m = -\frac{1}{2}$

$y + 3 = -\frac{1}{2}x$ بسّط.

$y = -\frac{1}{2}x - 3$ اطرح 3 من كل طرف.

الخطوة 2 استخدم نظام معادلات لتحديد نقطة تقاطع المستقيمين ℓ و p.

ℓ: $y = 2x + 1$

p: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$ عوّض $2x + 1$ من y في المعادلة الثانية.

$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$ اجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

$\frac{5}{2}x = -4$ بسّط.

$x = -\frac{8}{5}$ اضرب كل طرف في $\frac{2}{5}$.

$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$ عوّض $-\frac{8}{5}$ من x في معادلة p.

$= -\frac{11}{5}$ بسّط.

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

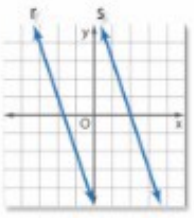
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة

$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$ $x_2 = -1.6$ و $x_1 = 0$ و $y_2 = -2.2$ و $y_1 = -3$

≈ 1.8 بسّط باستخدام حاسبة.

المسافة بين المستقيمين تبلغ حوالي 1.8 وحدة.

تمرين موجّه



3A. أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين r و s اللذين معادلتاهما $y = -3x + 6$ و $y = -3x - 5$ على الترتيب. $\sqrt{12.1} \approx 3.48$

3B. أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b اللذين معادلتاهما $x + 3y = 6$ و $x + 3y = -14$ على الترتيب. $\sqrt{40} \approx 6.32$

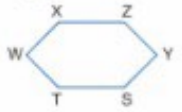
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

689

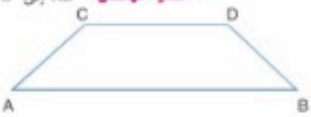
التحقق من فهمك

مثال 1 انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

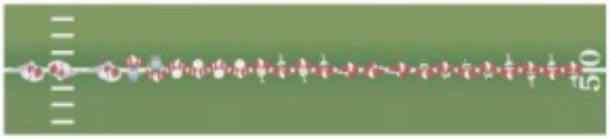
1. Y إلى $\overleftrightarrow{TS}$ **انظر الهامش.**



2. C إلى $\overleftrightarrow{AB}$ **انظر الهامش.**



3. **البنية** بعد تكوين صف، يستدير كل عضو يحمل عددًا زوجيًا من فرقة موسيقية ليواجه الطرف الأيمن من الملعب ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. وفي الوقت نفسه، يستدير كل عضو يحمل عددًا فرديًا نحو الاتجاه المقابل ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. ويفرض أن كل عضو في الفرقة يغطي المسافة نفسها. فأي شكل سينتج؟ برر إجابتك.



مثال 2 **الهندسة الإحداثية** أوجد المسافة من P إلى ℓ.

4. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(4, 3)$ و $(-2, 0)$، والنقطة P لها إحداثيات $(3, 10)$. **وحدات $3\sqrt{5}$**

5. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-6, 1)$ و $(-4, 9)$، والنقطة P لها إحداثيات $(4, 1)$. **وحدات $\sqrt{10}$**

6. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(4, 18)$ و $(-2, 9)$، والنقطة P لها إحداثيات $(-9, 5)$. **وحدات $\sqrt{13}$**

مثال 3 أوجد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.

7. $y = -2x + 4$ و $y = -2x + 14$ **وحدات $2\sqrt{5}$**

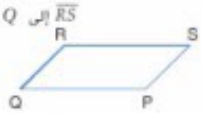
8. $y = 7$ و $y = -3$ **وحدات 10**

9. **يجب أن يكون الشكل عبارة عن مستقيمين متوازيين، ومتوازيين أيضًا مع خط منتصف الملعب؛ لأن أعضاء الفرقة مستقيمين على مسافة واحدة من خط منتصف الملعب. إذًا حسب النظرية 3.9، سيكون المستقيمان المُتكوّنان متوازيين.**

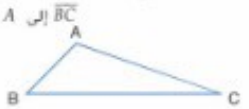
التمرين وحل المسائل

مثال 1 انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها. **12–9 انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

9. Q إلى $\overline{RS}$



10. A إلى $\overline{BC}$



11. H إلى $\overline{FG}$

12. K إلى $\overline{LM}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 8-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

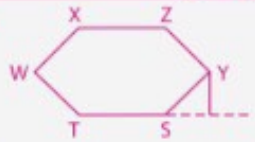
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم تتطلب التمارين من 9 إلى 12 استخدام فرجار ومسطرة تقويم. بالإضافة إلى ذلك، قد يحتاج الطلاب إلى استخدام ورق صغير الحجم أو ورق شفاف لنسخ الأشكال الموجودة في هذه التمارين.

إجابات إضافية

1.



2.

30. **المعطيات:** ℓ على نفس المسافة من m، و n على نفس المسافة من m.

المطلوب: إثبات أنّ $n \parallel \ell$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. ℓ على نفس المسافة من m، و n على نفس المسافة من m. (مُعطى)
2. $m \parallel n$ و $\ell \parallel m$ (تعريف المسافة المتساوية)
3. ميل ℓ = ميل m (تعريف توازي المستقيمات $\parallel$)
   ميل m = ميل n
4. ميل ℓ = ميل n (بالتعويض)
5. $n \parallel \ell$ (تعريف توازي المستقيمات $\parallel$)

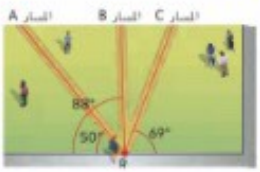
34. تستطيع نجاة قياس المسافة العمودية بين الملصقات في مكانين مختلفين كما هو موضّح. وإذا كانت هذه المسافات متساوية، فحينها ستكون الملصقات متوازية.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9-29, 41, 42, 44-64	9-29, فردي, 48-51	10-28, زوجي, 41, 42, 47-44, 64-52
OL أساسي	9-33, فردي, 34-42, 44-64	9-29, 48-51	30-42, 44-47, 52-64
BL متقدم	30-59, (اختياري: 60-64)		

13. **ممرات السيارات** في الرسم التخطيطي على اليسار، هل ممر السيارات الموضح هو أقصر ممر محتمل من المنزل إلى الطريق ؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.

لا؛ ممر السيارات العمودي على الطريق سيكون الأقصر. والزاوية التي يشكلها ممر السيارات مع الطريق أقل من 90° . لذا فهو ليس أقصر ممر سيارات محتمل.



14. **تمثيل النماذج** تعتبر تمرين الفناء الموجود أمام مدرستها. وثمة ثلاثة مسارات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. فأيّ من المسارات الثلاثة الموضحة هو الأقصر؟ اشرح استنتاجك.

المسار B ؛ ستكون أقصر مسافة محتملة هي المسافة العمودية من أحد طرفي الفناء إلى الطرف الآخر. وبما أن المسار B هو الأقرب للزاوية 90°، فهو الأقصر بين المسارات الثلاثة الموضحة.

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** أوجد المسافة من P إلى ℓ.

15. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(0, -3)$ و $(4, 7)$، والنقطة P لها إحداثيات $(3, 4)$. **وحدتان $\sqrt{2}$**

16. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-1, 11)$ و $(-3, 11)$، والنقطة P لها إحداثيات $(1, -1)$. **وحدة $\sqrt{74}$**

17. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-2, 1)$ و $(1, 4)$، والنقطة P لها إحداثيات $(7, 5)$. **6 وحدات**

18. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-1, 4)$ و $(9, 4)$، والنقطة P لها إحداثيات $(6, 1)$. **3 وحدات**

19. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(5, 1)$ و $(-4, 4)$، والنقطة P لها إحداثيات $(1, -1)$. **وحدات $\sqrt{10}$**

20. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-8, 1)$ و $(1, 3)$، والنقطة P لها إحداثيات $(-2, 4)$. **3 وحدات**

مثال 3 **أوجد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

21. $y = -2$, $y = 4$ **6 وحدات**

22. $x = 3$, $x = 7$ **4 وحدات**

23. $y = 5x - 22$, $y = 5x + 4$ **وحدة $\sqrt{26}$**

24. $y = \frac{1}{3}x - 3$, $y = \frac{1}{3}x + 2$ **وحدات $1.5\sqrt{10}$**

25. $x = 8.5$, $x = -12.5$ **21 وحدة**

26. $y = 15$, $y = -4$ **19 وحدة**

27. $y = \frac{1}{4}x + 2$, $4y - x = -60$ **وحدة $4\sqrt{17}$**

28. $3x + y = 3$, $y + 17 = -3x$ **وحدات $2\sqrt{10}$**

29. $y = -\frac{5}{4}x + 3.5$, $4y + 10.6 = -5x$ **وحدات $\sqrt{14.76}$**

30. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 11.9 . **انظر الهامش.**

أوجد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.

31. $y = -3$, $(5, 2)$ **5 وحدات**

32. $y = \frac{1}{6}x + 6$, $(-6, 5)$ **0 وحدات**

33. $x = 4$, $(-2, 5)$ **6 وحدات**

34. **مُلصقات** تُعلّق نجاة ملصقين على الحائط في غرفتها كما هو موضح. فكيف يمكن لنجاة استخدام المسافات العمودية لتأكيد أن الملصقين متوازيان؟ **انظر الهامش.**

محقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

691

35. **روح الدعم بالمدارس** تزين عيسى لوحة إعلانات في رواق المدرسة لعرض صور لطلاب يُظهرون روح الدعم بالمدرسة. ويخطط طولاً واحدًا من الطرف ليتوافق مع عرض الطرف العلوي من اللوحة. ثم يستخدم هذا الشريط المقطوع كقالب لقطع شريط ثانٍ تمامًا بنفس الطول من أجل الطرف السفلي.

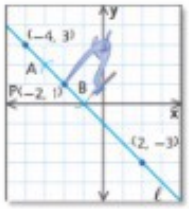
وعند تدبيس الطرف السفلي في مكانه، لاحظ أن الشريط الذي قطعه أقصر بقرابة نصف سنتيمتر. فصف ما الذي يمكنه استنتاجه بشأن لوحة الإعلانات. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

الإنشاء المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين عند $(-4, 3)$ و $(-2, 1)$. وتقع النقطة P على الإحداثي $(-2, 1)$ على المستقيم ℓ. أكمل الشكل التالي.

الخطوة 1

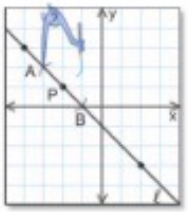
مثّل بيانيًا المستقيم ℓ والنقطة P.

ضع البنطلة عند النقطة P. وباستخدام وضعية الفرجار نفسها، ارسم أقواسًا على يسار ويمين النقطة P. وسمِّ هاتين النقطتين A و B.



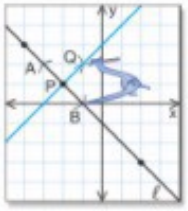
الخطوة 2

افتح الفرجار على وضعية أكبر من AP. وضع الفرجار عند النقطة A وارسم قوسًا فوق المستقيم ℓ.



الخطوة 3

باستخدام وضعية الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسًا فوق المستقيم ℓ. وسمِّ نقطة التقاطع Q. ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.



36. ما العلاقة بين المستقيم ℓ و $\overleftrightarrow{PQ}$؟ تحقق من تخمينك باستخدام ميل المستقيمين. **انظر الهامش.**

37. كرر الشكل أعلاه باستخدام مستقيم مختلف ونقطة على ذلك المستقيم. **راجع عمل الطلاب.**

38. **الاستنتاج المنطقي** $\overline{AB}$ لها ميل بقيمة 2 ونقطة منتصف $M(3, 2)$. والقطعة المستقيمة العمودية على $\overline{AB}$ لها نقطة منتصف $P(4, -1)$ وتشترك في نقطة طرفية B مع $\overline{AB}$.

a. مثّل بيانيًا القطعتين المستقيمتين. **انظر الهامش.**

b. أوجد إحداثيات النقطة A والنقطة B. $A(4, 4), B(2, 0)$

C 39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سنستكشف مساحات المثلثات المتشكلة بواسطة نقاط على مستقيمات متوازية.

a. **هندسيًا** ارسم مستقيمين متوازيين وسمِّهما كما هو موضح. **راجع عمل الطلاب.**

39b. **ضع النقطة C في أي مكان على المستقيم m. فمساحة المثلث هي $\frac{1}{2}$ ارتفاع المثلث مضروبًا في طول قاعدته. تظل الأعداد ثابتة بغض النظر عن مكان النقطة C على المستقيم m.**

b. **لفظيًا** أين ستضع النقطة C على المستقيم m لضمان أن المثلث ABC ستكون له أكبر مساحة؟ اشرح استنتاجك.

c. **تحليليًا** إذا كان $AB = 11$ سنتيمترًا، فما المساحة القصوى للمثلث $\triangle ABC$؟ **16.5 سم^2**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

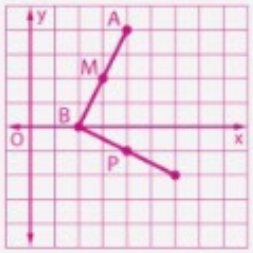
في التمرين 39. يستخدم الطلاب رسمًا هندسيًا ووصفًا لفظيًا لاستكشاف مساحة المثلثات الناتجة عن النقاط الواقعة على مستقيمات متوازية.

إجابات إضافية

35. يستطيع أن يستنتج أنّ الضلعين الأيمن والأيسر للوحة الإعلانات غير متوازيين، لأنّ المسافة العمودية بين أحد المستقيمات وأي نقطة على المستقيم الآخر لا بد أن تكون متساوية وتكون واحدة من أي مكان على المستقيمين حتى يكون المستقيمان متوازيين.

36. المستقيمان متعامدان. وميل ℓ يساوي -1 وميل $\overleftrightarrow{PQ}$ يساوي 1. وبما أنّ الميول هي معكوسات ضربية سالبة، فالمستقيمان متعامدان.

38a.

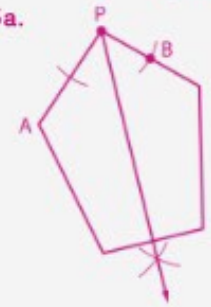


43. $a = \pm 1; y = \frac{1}{2}x + 6$ و

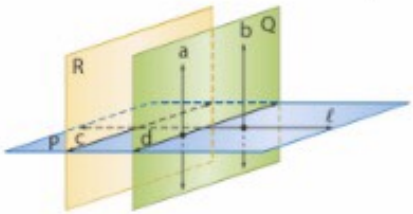
$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ أو $y = -\frac{1}{2}x +$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ و 6

45a.



40. التعامدية والمستويات اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال. مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.



a. إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه، فهما متحدا المستوى. وإذا كان كلّ من المستقيم a و المستقيم b عموديين على المستوى P، فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟ **المستقيمان a و b متحدا المستوى.**

b. إذا قطع مستوى مستويين متوازيين، فإن التقاطعات تُشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان R و Q متوازيين وقطعا المستوى P، فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟ **$c \parallel d$**

c. إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته، فهما إذًا متوازيان. وإذا كان كلا المستويين Q و R عموديين على المستقيم ℓ، فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟ **$R \parallel Q$**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41. حسام: المسافة بين النقطتين A و C هي 1.2 cm. والمسافة بين النقطتين B و D هي 1.35 cm. وبما أن المستقيمين ليسا على مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان، فسوف يتقاطع المستقيمان في النهاية إذا تم تمديدهما.

41. تحليل الخطأ يرسم عدنان القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبدًا. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيّ منهما محق؟ برر إجابتك.

42. تحدٍّ صف الحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين، وارسم مثالاً. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

43. تحدٍّ لنفترض أن مستقيمًا عموديًا على زوج من المستقيمات المتوازية يقطع المستقيمين عند النقطتين $(a, 4)$ و $(0, 6)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$، فأوجد قيمة a ومعادلات المستقيمين المتوازيين. **انظر الهامش.**

44. الاستنتاج حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة مطلقًا. اشرح. يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى. **أحيانًا؛ لا يمكن إيجاد المسافة إلا في حالة ما إذا كان المستقيم متوازيًا مع المستوى.**

45. مسألة غير محددة الإجابة ارسم مضلعًا حماسيًا غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة. **a–c. انظر الهامش.**

a. استخدم فرجارًا ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.

b. استخدم الفياس لتبرير أن المستقيم المُنشأ عموديٌ على الضلع المختار.

c. استخدم صيغ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. الاستنتاج المنطقي أعد كتابة النظرية 11.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. ارسم مثالاً. **انظر الهامش.**

47. الكتابة في الرياضيات لخّص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بإثبات أنه إذا تقاطع مستويان متوازيان مع مستوى ثالث، فإنّ المستقيمات القاطعة تكون متوازية. واطلب منهم الرجوع إلى الرسم التوضيحي في التمرين 40. وعلى الطلاب أن يدركوا أن المستوى الثالث يتقاطع مع المستويين المتوازيين في مستقيم. ولأن المعطيات تقول إنّ المستويين متوازيان، فأي زوج من المستقيمات الناشئة عن تقاطع مستوى ثالث ستكون متوازية أيضًا.

انتبه!

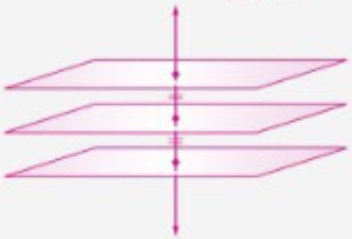
تحليل الخطأ في التمرين 41، يجب أن يدرك الطلاب أنّ المستقيمين لا يتوازيان إلّا في حالة تحقيق مسلّمة المسافة بين مستقيمين متوازيين. كلّف الطلاب بقياس المسافة العمودية بين المستقيمين من عدة مواضع. وتختلف هذه القياسات قليلاً، ولذا فالمستقيمان غير متوازيين. إذًا، حسام على صواب.

إجابات إضافية

45b. الإجابة النموذجية: باستخدام المنقلة، ستجد أنّ قياس الزاوية الناتجة يساوي 90. إذًا، المستقيم المُنشأ من الرأس P عمودي على الضلع غير المتجاور المُختار.

45c. الإجابة النموذجية: تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء النقطتين A و B. بعد ذلك، تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء المستقيم المتعامد على الضلع المُختار. ولأن وضعية الفرجار كانت على نفس المسافة في كلتا الخطوتين، تمّ إنشاء مستقيم متعامد.

46. إذا كان كل مستوى من مستويين على مسافة واحدة من مستوى ثالث، فحينها يكون المستويان متوازيين.



47. الإجابة النموذجية: أولاً يتم إيجاد المستقيم المتعامد على المستقيمين المتوازيين. بعد ذلك، يتم إيجاد نقطة التقاطع بين المستقيم المتعامد والمستقيم الذي لم يُستخدم في الخطوة الأولى. وأخيرًا، يتم استخدام صيغة المسافة لتحديد المسافة بين نقطتي التقاطع. وهذه القيمة تساوي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

تمرين على الاختبار المعياري

48. إجابة موسعة القطعة المستقيمة AB عمودية على القطعة المستقيمة CD. والقطعة المستقيمة AB والقطعة المستقيمة CD ينصفان بعضهما عند النقطة X.

a. انظر الهامش.

a. ارسم شكلاً لتمثيل المسألة.

b. أوجد CD إذا كان $AB = 12$ و $\overline{BD}$. **10**

c. أوجد CD إذا كان $AB = 24$ و $\overline{BD}$. **51**

49. متنزه المدينة مربع الشكل ومساحته 81,000 متر مربع. فأيّ مما يلي هو الأقرب لطول أحد أضلاع شكل المتنزه؟ **C**

A 100 m
B 200 m
C 300 m
D 400 m

50. الجبر اشترى حسن كنزة صوفية كان عليها تخفيض بنسبة 25% من السعر الأصلي وتخفيض آخر بنسبة 40% من السعر المخفّض. فإذا كانت الكنزة تكلف في الأصل AED 48. فماذا كان السعر النهائي للكنزة؟ **G**

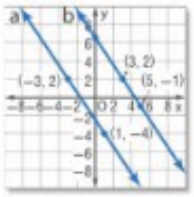
F AED 14.40
G AED 21.60
H AED 31.20
J AED 36.00

51. SAT/ACT يعد تقسيم عدد N من قطع البسكويت بالتساوي بين 8 أطفال، يفيض 3 قطع. فكم سيكون عدد القطع المتبقية إذا قُسّم عدد $(N + 6)$ من قطع البسكويت بالتساوي بين الأطفال الثمانية؟ **B**

A 0
B 1
C 2
D 4
E 6

مراجعة شاملة

52. ارجع إلى الشكل على اليسار. وحدد ما إذا كان $a \parallel b$. برر إجابتك. انظر الهامش.



اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يحتوي على النقطة المعطاة.

53. m: $\frac{1}{4}$، $(3, -1)$ $y + 1 = \frac{1}{4}(x - 3)$

54. m: 0، $(-2, 6)$ $y - 6 = 0$

55. m: -1، $(-2, 3)$ $y - 3 = -(x + 2)$

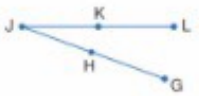
56. m: -2، $(-6, -7)$ $y + 7 = -2(x + 6)$

أثبت ما يلي.

57. إذا كان $AB = BC$ فإن $AC = 2BC$ **انظر الهامش.**

58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، $\overline{HJ} \cong \overline{GH}$، $\overline{KL} \cong \overline{HJ}$ **انظر الهامش.**

المطلوب: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$



مراجعة المهارات

استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط.

59. $A(0, 0)$، $B(15, 20)$ **25**

60. $O(-12, 0)$، $P(-8, 3)$ **5**

61. $C(11, -12)$، $D(6, 2)$ $\sqrt{221} \approx 14.9$

62. $R(-2, 3)$، $S(3, 15)$ **13**

63. $M(1, -2)$، $N(9, 13)$ **17**

64. $Q(-12, 2)$، $T(-9, 6)$ **5**

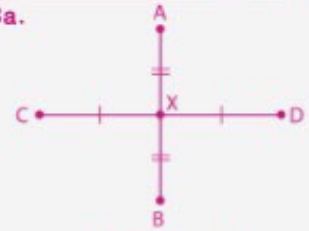
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات يجب على كل طالب أن يعيّن نقطةً على ورقة ويضع مسطرة على نفس الورقة لكي تمثّل مستقيمًا. ثم عليهم بعد ذلك أن يكتبوا تعليمات خاصة بطريقة إيجاد المسافة من النقطة إلى المستقيم (المسطرة). ويجب على الطلاب قياس المسافة وتعليل إجاباتهم.

إجابات إضافية

48a.



52. ميل a: $m = \frac{(-4 - 2)}{(1 + 3)} = -\frac{3}{2}$،

ميل b: $m = \frac{(-1 - 2)}{(5 - 3)} = -\frac{3}{2}$،

وبما أن الميول متساوية. إذًا $a \parallel b$.

57. المعطيات: $AB = BC$

المطلوب إثباته: $AC = 2BC$

العبارات (المبررات)

1. $AB = BC$ (مُعطى)
2. $AC = AB + BC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
3. $AC = BC + BC$ (بالتعويض)
4. $AC = 2BC$ (بالتعويض)

58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، $\overline{GH} \cong \overline{HJ}$، $\overline{HJ} \cong \overline{KL}$

المطلوب إثباته: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$

العبارات (المبررات)

1. $\overline{HJ} \cong \overline{KL}$، $\overline{KL} \cong \overline{JK}$ (مُعطى)
2. $\overline{HJ} \cong \overline{JK}$ (خاصية التعدي في التطابق)
3. $\overline{GH} \cong \overline{HJ}$ (مُعطى)
4. $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ (خاصية التعدي في التطابق)
5. $\overline{JK} \cong \overline{GH}$ (خاصية التماثل في التطابق)

11 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

التقاطع

- عندما يقطع قاطع مستقيمين. فتتكون الأنواع التالية من الزوايا: خارجية. وداخلية. وداخلية متتالية. وداخلية متبادلة. وخارجية متبادلة. ومتناظرة.
- إذا قُطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع. فإن:
  - كل زوج من الزوايا المتناظرة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتتالية يكون متكاملاً
  - كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة يكون متطابقًا

الميل

- الميل m الخاص بمستقيم يحتوي على نقطتين بإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. حيث $x_1 \neq x_2$.

إثبات توازي المستقيمات

- إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون أيّ مما يلي صحيحًا. فإن المستقيمين متوازيان.
  - زوج من الزوايا المتناظرة متطابق. أو
  - زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابق. أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابق. أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكامل
  - في مستوى. إذا تعامد مستقيمان على المستقيم نفسه. فإنهما متوازيان.

المسافة

- المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.
- المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

مطويات منظّم الدراسة

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

المفردات الأساسية

زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles

زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles

زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles

زوايا متناظرة corresponding angles

مسافة متساوية equidistant

مستقيمات متوازية parallel lines

مستويات متوازية parallel planes

صيغة نقطة الميل point-slope form

معدل التغير rate of change

مستقيمات متخالفة skew lines

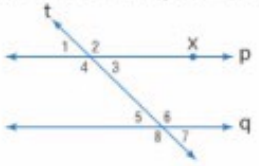
ميل slope

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

قاطع transversal

مراجعة المفردات

اذكر إذا ما كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. فإذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتكوين عبارة صحيحة.



1. إذا كان $\angle 5 \cong \angle 1$. فإن المستقيمين p و q متخالفان. **خاطئة؛ متوازيان**
2. الزاويتان 4 و 6 زاويتان داخليتان متبادلتان. **صواب**
3. الزاويتان 1 و 7 زاويتان خارجيتان متبادلتان. **صواب**
4. إذا كان المستقيمان p و q متوازيين. فإن الزاويتين 3 و 6 متطابقتان. **خاطئة؛ متكاملتان**
5. المسافة من النقطة X إلى المستقيم q هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم q من X. **صواب**
6. المستقيم t يعتبر قاطع المستقيمين p و q. **صواب**
7. إذا كان $q \parallel p$. فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان. **خاطئة؛ متطابقتان**
8. الزاويتان 4 و 8 زاويتان متناظرتان. **صواب**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن التمارين من 1 إلى 8. فذكّرهم بأنهم يمكنهم مراجعة الدروس لإنعاش ذاكراتهم بشأن المفردات.

مطويات منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى كل جزء، أو تبويب في مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. وضح أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة من أجل المذاكرة لاختبار الوحدة.

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي اليومي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

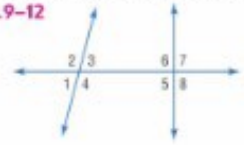
9. متناظرة
10. داخلية متبادلة
11. خارجية متبادلة
12. داخلية متتالية
14. 123؛ نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
15. $\angle 13$؛ 57 $\cong \angle 5$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان $\angle 13$ و $\angle 14$ تكوّنان زوجًا خطيًا.
16. $\angle 14$؛ 57 $\cong \angle 16$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان $\angle 9$ و $\angle 16$ تكوّنان زوجًا خطيًا.
17. $\angle 5$؛ 123 $\cong \angle 11$ حسب نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة. و $\angle 1 \cong \angle 5$ حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.
18. $\angle 5$؛ 57 $\cong \angle 1$ حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. والزاويتان $\angle 4$ و $\angle 5$ تكوّنان زوجًا خطيًا.
19. $\angle 3$؛ 57 $\cong \angle 1$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان $\angle 3$ و $\angle 6$ تكوّنان زوجًا خطيًا.

مراجعة درس بدرس

11-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعات

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

12–9. انظر الهامش.

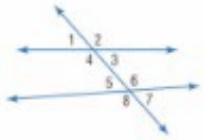


9. $\angle 1$ و $\angle 5$
10. $\angle 4$ و $\angle 6$
11. $\angle 2$ و $\angle 8$
12. $\angle 4$ و $\angle 5$

13. **الجسور** يمتد جسر روبليتج المعلق فوق نهر أوهايو رابطًا مدينة سينسيناتي في ولاية أوهايو بمدينة كوفينجتون بولاية كنتاكي. فصف نوع المستقيمات المتشكلة بواسطة الجسر والنهر. **مستقيمات متخالفة**

مثال 1

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوج زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

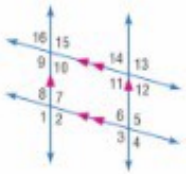


a. $\angle 3$ و $\angle 6$ متتالية داخلية
b. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرة
c. $\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلة خارجية
d. $\angle 3$ و $\angle 5$ متبادلة داخلية

11-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

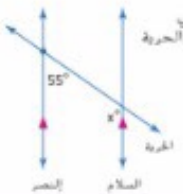
في الشكل، $m\angle 1 = 123$. أوجد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلّمة(مسلمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.

14–19. انظر الهامش.



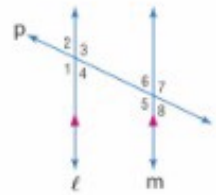
14. $\angle 5$
15. $\angle 14$
16. $\angle 16$
17. $\angle 11$
18. $\angle 4$
19. $\angle 6$

20. **الخرائط** يوضح الرسم التخطيطي تخطيط الشوارع النصر والسلام والحرية فأوجد قيمة x. **125**



مثال 2

الجبر إذا كان $m\angle 5 = 7x - 5$ وكان $m\angle 4 = 2x + 23$، فأوجد x. اشرح استدلالك.



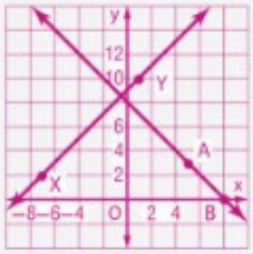
$m\angle 4 + m\angle 5 = 180$	تعريف تكامل الزوايا
$(2x + 23) + (7x - 5) = 180$	التعويض
$9x + 18 = 180$	بسّط.
$9x = 162$	اطرح.
$x = 18$	اقسم.

بما أن المستقيمين ℓ و m متوازيان والزاويتين $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان باستخدام نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

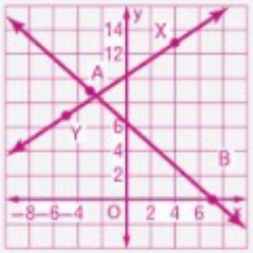
حقوق الطبع والتأليف © تعود لملكيتها لشركة مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

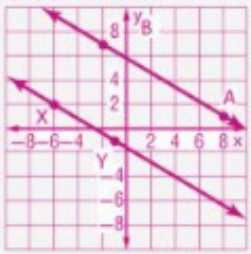
21. متعامدان



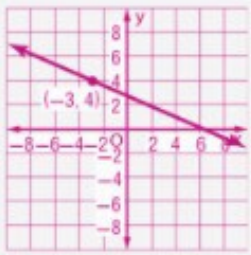
22. ليس أيا منهما



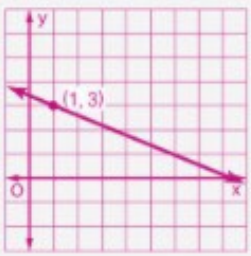
23. متوازيان



24.



25.



11-3 ميول الخطوط المستقيمة

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أيا منهما. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.

21–23. انظر الهامش.

21. $A(5, 3)$, $B(8, 0)$, $X(-7, 2)$, $Y(1, 10)$

22. $A(-3, 9)$, $B(0, 7)$, $X(4, 13)$, $Y(-5, 7)$

23. $A(8, 1)$, $B(-2, 7)$, $X(-6, 2)$, $Y(-1, -1)$

مثّل المستقيم الذي يستوفي كل الشروط بيانيًا.

24. يحتوي على النقطة $(-3, 4)$ ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي $A(2, 5)$, $B(9, 2)$ **24–25. انظر الهامش.**

25. يحتوي على النقطة $(1, 3)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{PQ}$ بالإحداثي $P(4, -6)$, $Q(6, -1)$

26. **الطائرات** تطير طائرتا خطوط جوية عابرة للمحيطات على الارتفاع نفسه. وباستخدام صور الأقمار الصناعية، يمكن تحديد موضع الطائرة على مستوى إحداثي. وخدمت الرحلة رقم 815 على النقطة $(23, 17)$ والنقطة $(5, 11)$ بينما خدمت الرحلة رقم 44 على النقطة $(3, 15)$ والنقطة $(9, 17)$. فحدد ما إذا كان مساراهما متوازيين أم متعامدين أم ليس أيا منهما. **متوازيان**

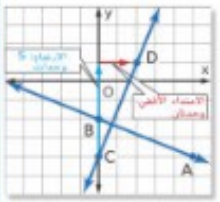
مثال 3

مثّل بيانيًا المستقيم الذي يحتوي على النقطة $C(0, -4)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي $A(5, -4)$ و $B(0, -2)$.

ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{-2-(-4)}{0-5}$ أو $-\frac{2}{5}$.

بما أن $-\frac{2}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = -1$، فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ الذي يمر عبر C هو $\frac{5}{2}$.

لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة C. انتقل لأعلى بمقدار 5 وحدات ثم لليمين بمقدار وحدتين. وسمِّ النقطة D وارسم $\overleftrightarrow{CD}$.



11-4 معادلات الخطوط المستقيمة

اكتب معادلة بصيغة نقطة وميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يحتوي على النقطة المعطاة.

27. $m = 2$, $(4, -9)$ $y + 9 = 2(x - 4)$

28. $m = -\frac{3}{4}$, $(8, -1)$ $y + 1 = -\frac{3}{4}(x - 8)$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور y.

29. m: 5. التقاطع مع المحور y: -3 $y = 5x - 3$

30. m: $\frac{1}{2}$. التقاطع مع المحور y: 4 $y = \frac{1}{2}x + 4$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم.

31. $(-3, 12)$ و $(15, 0)$ $y = -\frac{2}{3}x + 10$

32. $(-7, 2)$ و $(5, 8)$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

33. **تنظيف النوافذ** تكلف شركة "إيس لخدمة تنظيف النوافذ" مبلغ 50 AED مقابل طلب الحصول على الخدمة و 20 AED مقابل كل ساعة يقضونها في العمل. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع تمثل التكلفة الإجمالية C من حيث عدد الساعات h.

$C = 20h + 50$

مثال 4

اكتب معادلة للمستقيم المار عبر النقطة $(2, 5)$ والنقطة $(6, 3)$ بصيغة الميل والتقاطع.

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم المار عبر النقطتين.

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$x1 = 2$ و $y1 = 5$ و $x2 = 6$ و $y2 = 3$ $= \frac{3-5}{6-2}$

بسّط. $= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

صيغة الميل والنقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -\frac{1}{2}$ و $(x_1, y_1) = (2, 5)$ $y - 5 = -\frac{1}{2}[x - (2)]$

بسّط. $y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$

اجمع 5 على كل طرف. $y = -\frac{1}{2}x + 6$

حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

697

11 دليل الدراسة والمراجعة تابع

11-5 إثبات توازي المستقيمات

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

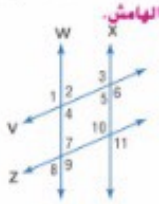
34. $\angle 7 \cong \angle 10$

35. $\angle 2 \cong \angle 10$

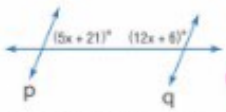
36. $\angle 1 \cong \angle 3$

37. $\angle 3 \cong \angle 11$

34-37. انظر الهامش.



38. أوجد x بحيث يكون $p \parallel q$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.

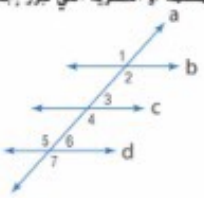


9. معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية ⚠

39. **تنسيق الحدائق** أوجد القياس الضروري لـ $m\angle ADC$ بحيث يجعل $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ إذا كان $m\angle BAD = 45$. **135**

مثال 5

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 7$ و $\angle 1$ هما زاويتان داخليتان خارجيتان على المستقيمين b و d.

بما أن $\angle 7 \cong \angle 1$ و $d \parallel b$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 4 \cong \angle 5$

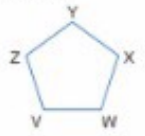
$\angle 4$ و $\angle 5$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين c و d.

بما أن $\angle 5 \cong \angle 4$ و $c \parallel d$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

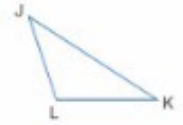
11-6 المتعامدات والمسافة

انسخ كل شكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها. 42-40. انظر الهامش.

40. X إلى $\overline{VW}$



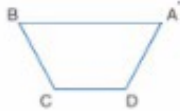
41. L إلى $\overline{VW}$



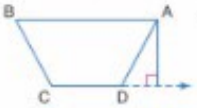
42. **ديكور المنزل** يرغب خيد في تعليق صفين من الصور المؤطرة في خطوط متوازية على جدار غرفة معيشته. في البداية، باعد بين المسامير على الجدار في صورة خط مستقيم للصف العلوي. بعد ذلك، علق خيطًا بثقل لتحديد المسقط الرأسي من كل مسمار وقاس مسافة متساوية أسفل كل مسمار من أجل تحديد الصف الثاني. فلماذا يضمن هذا أن صفي الصور سيكونان متوازيين؟

مثال 6

انسخ الشكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من النقطة A إلى $\overline{CD}$.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم المار عبر هذه النقطة.



ومتد $\overline{CD}$ وارسم القطعة المستقيمة العمودية على $\overline{CD}$ من A.

McGraw-Hill Education محفوظ لصالح مؤسسة © محتوى الطبع والتأليف

إجابات إضافية

34. $x \parallel w$؛ حسب معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

35. لا شيء

36. $x \parallel w$؛ معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة

37. $z \parallel v$؛ معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة

40.

41.

42. يقع الصف الثاني على مسافة متساوية في جميع النقاط من الصف الأوّل.

إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

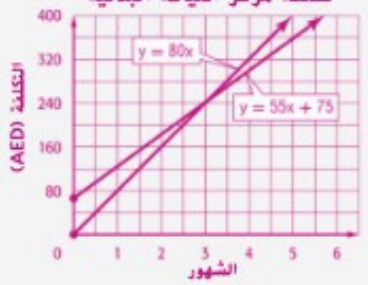
8. 84؛ نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

9. 138؛ نظرية الزوايا المتكاملة

10. 42؛ نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

12a. فيت آن تريم: $y = 80x$. فيت فور لايف: $y = 55x + 75$

تكلفة مركز اللياقة البدنية



12b. لا؛ يتقاطع المستقيمان لأن ميول المستقيمين، 80 و 55، غير متساويين.

12c. يبدو من التمثيل البياني أنه إذا كان حضورك للمركز لأقل من 3 أشهر، فإن "فيت آن تريم" يعرض سعرًا أقل. وإذا كنت تنوي الحضور لمدة تزيد عن 3 أشهر، فمركز "فيت فور لايف" يعرض سعرًا أفضل.

11 تمرين على الاختبار

صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو داخلية متتالية.

1. $\angle 6$ و $\angle 3$ خارجية متبادلة
2. $\angle 4$ و $\angle 7$ داخلية متتالية
3. $\angle 5$ و $\angle 4$ داخلية متبادلة

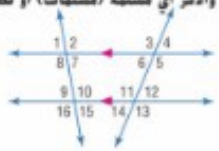
حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة. 4. غير محدد

4. $G(8, 1), H(8, -6)$
5. $A(0, 6), B(4, 0)$ $-\frac{3}{2}$
6. $E(6, 3), F(-6, 3)$ 0
7. $B(5, 4), R(8, 1)$ -1

في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. أوجد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية(نظريات) استخدمتها.

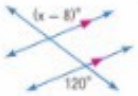
8. $\angle 9$
9. $\angle 11$
10. $\angle 6$

8-10. انظر الهامش.



11. أوجد قيمة x في الشكل أدناه.

128



12. **اللياقة البدنية** ترغب في الالتحاق بمركز لياقة بدنية. ويكلف مركز "فيت آن تريم" AED 80 لكل شهر. ويكلف مركز "فيت فور لايف" رسم عضوية لمرة واحدة بقيمة AED 75 و AED 55 لكل شهر. a–c. انظر الهامش.

a. اكتب ومثّل بيانيًا معادلتين بصيغة الميل والمقطع لتمثيل التكلفة y للحضور في كل مركز لياقة بدنية في فترة x شهر/شهور.

b. هل المستقيمات التي مثلتها بيانيًا في الجزء a متوازية؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.

c. أي مركز لياقة بدنية يقدم السعر الأفضل؟ اشرح.

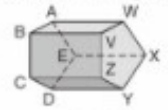
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موصوف.

13. يمر بالنقطة $(-8, 1)$، وعمودي على $y = 2x - 17$ $y = -\frac{1}{2}x - 3$
14. يمر بالنقطة $(0, 7)$ ومتوازٍ مع $y = 4x - 19$ $y = 4x + 7$
15. يمر بالنقطة $(-12, 3)$، وعمودي على $y = -\frac{2}{3}x - 11$ $y = \frac{3}{2}x + 21$

أوجد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية ذات المعادلات المعطاة.

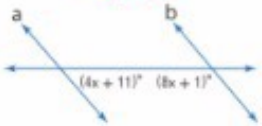
16. $y = x - 11$, $y = x - 7$ $\sqrt{8} \approx 2.8$
17. $y = -2x + 1$, $y = -2x + 16$ $\sqrt{45} \approx 6.7$

18. **الاختبار من متعدد** أي قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CD}$؟ D



A $\overline{ZY}$
C $\overline{DE}$
B $\overline{AB}$
D $\overline{VZ}$

19. أوجد x بحيث يكون $a \parallel b$. حدد البسلة أو النظرية التي استخدمتها. 14: معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتالية

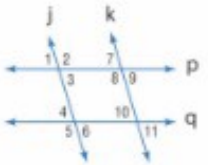


الهندسة الإحداثية أوجد المسافة من P إلى ℓ.

20. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(2, -4)$ و $(3, -5)$. النقطة P لها الإحداثي $(1, 2)$. $\frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3.5$
21. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(5, 6)$ و $(2, 3)$. النقطة P لها الإحداثي $(2, 6)$. $\frac{6\sqrt{5}}{5} \approx 2.7$

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك. 22-24. انظر الهامش.

22. $\angle 4 \cong \angle 10$
23. $\angle 9 \cong \angle 6$
24. $\angle 7 \cong \angle 11$



25. **الوظائف** يعمل محمود في متجر للهدايا وأجره AED 10 لكل ساعة بالإضافة إلى عمولة بنسبة 15% على البضاعة التي يبيعها. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بحيث تمثل ما يكسبه خلال أسبوع إذا باع بضاعة بقيمة AED 550 . انظر الهامش.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

22. $k \parallel j$؛ معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة
23. لا يمكن إثبات توازي $\parallel$ أي من المستقيمات.
24. $q \parallel p$؛ معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
25. $y = 10x + 82.5$، حيث x = عدد ساعات العمل

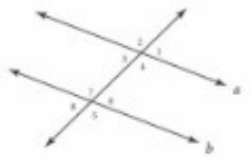
11 تمرين على الاختبار المعياري

تراكمي: الوحدات من 1 إلى 11

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه. فأيّ مما يلي قد لا يكون صحيحًا؟ D



A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. في المتحف، تبلغ تكلفة دخول كل طفل AED 5.75 وكل شخص بالغ AED 8.25. فكم تبلغ تكلفة دخول أسرة تتألف من فردين بالغين و 4 أطفال؟ B

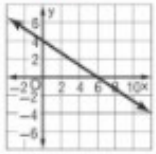
A AED 34.50

B AED 39.50

C AED 44.50

D AED 49.50

3. ما ميل المستقيم؟ A



A $-\frac{2}{3}$

B $-\frac{1}{2}$

C $-\frac{2}{5}$

D $-\frac{1}{6}$

4. المستقيم k يحتوي على نقطتين عند $(1, 4)$ وعند $(-5, -5)$. فأوجد المسافة بين المستقيم k والنقطة $(0, -4)$. G

F 3.3 وحدات

G 3.6 وحدات

H 4.0 وحدات

J 4.2 وحدات

5. ما التمثيل البياني لأي من المعادلات يمر عبر النقطتين $(-1, -3)$ و $(2, 3)$؟ F

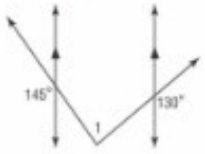
F $y = -6x - 9$

G $y = -\frac{1}{4}x + 3$

H $y = 4x - 5$

J $y = \frac{2}{3}x + 1$

6. ما قيمة $m\angle 1$ في الشكل أدناه؟ F



F 85

G 90

H 95

J 100

7. يدخر راشد المال لشراء جهاز إستيريو سيارة. وقد ادخر مبلغ AED 45. ويمكنه ادخار مبلغ AED 15 كل أسبوع. فإذا كان جهاز الإستيريو الذي يريده بسعر AED 210. فكم أسبوعًا سيستغرق راشد لشراء جهاز الإستيريو؟ B

A 10

B 11

C 12

D 13

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 6 ارسم رسمًا تخطيطيًا يمكنك الاستعانة به في حل المسائل. ارسم مستقيمًا موازيًا ثالثًا يمر عبر رأس الزاوية 1. ثم استخدم خصائص المستقيمات المتوازية والقواطع لحل المسألة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

702 | الوحدة 11 | تمرين على الاختبار المعياري

خيارات الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 12 عين للطلاب تمارين في الصفحة 705 كواجب منزلي لتقويم مستواهم لمعرفة هل حققوا المهارات المطلوبة للوحدة التالية أم لا.

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

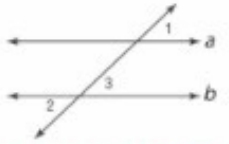
8. **إجابة شبكية** بالنسبة لمستقيم معطى ونقطة ليست على هذا المستقيم. كم عدد المستقيمات الموجودة التي تمر عبر النقطة وتتوازى مع المستقيم المعطى؟ 1

9. **إجابة شبكية** أوجد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقطتين $(-2, -5)$، $(4, 3)$. $4/3$

10. أكمل البرهان.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $a \parallel b$



البرهان: 2. الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

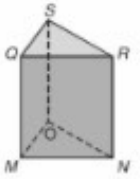
العبارات	المبررات
1. $\angle 1 \cong \angle 2$	1. معطى
2. $\angle 2 \cong \angle 3$	2. ؟
3. $\angle 1 \cong \angle 3$	3. خاصية التعدي
4. $a \parallel b$	4. إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن المستقيمين متوازيان.

11. اكتب تعبيرًا يصف المساحة بالبوصات المربعة لمثلث ارتفاعه $4c^3d^2$ وقاعدته $3cd^4$. $6c^4d^6$

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة.
اكتب الحل هنا.

12. ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.

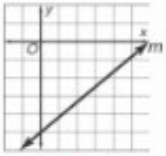


a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{MQ}$ **القطعتان المستقيمتان NR**

b. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى SRN **المستويات QMN و SOM و OMN**

c. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{ON}$ **القطعة المستقيمة MQ**

13. استخدم هذا التمثيل البياني للإجابة عن كل سؤال.



a. ما معادلة المستقيم m؟ $y = \frac{5}{6}x - 5$

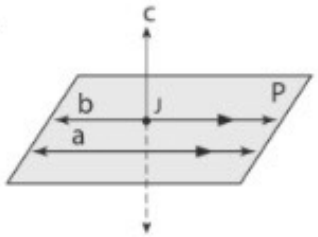
b. ما ميل المستقيم المتوازي مع المستقيم m؟ $\frac{5}{6}$

c. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم m؟ $-\frac{6}{5}$

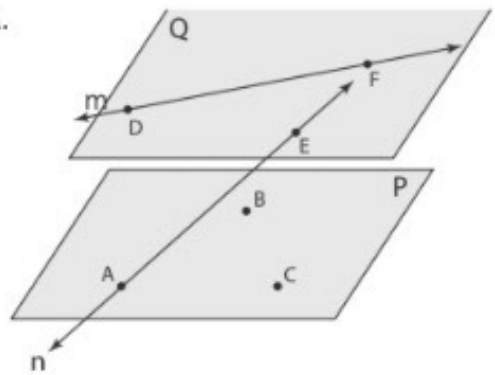
محفوظ الطبع والتأليف © مجموعة شركات مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-11

46.



47a.



50. لا يمكن للمستويات أن تكون متخالفة لأن تعريف المستقيمات المتخالفة ينص على أن هذه المستقيمات يجب ألا تتقاطع ولا تكون مطلقًا في مستوى واحد. ولا يمكن للمستويات المختلفة أن تكون في مستوى واحد، بل هي متوازية أو متقاطعة دائمًا. ولذا، فلا بد للمستقيمات المتخالفة أن تكون في مستويات متوازية أو متقاطعة. ولا يمكن أن تكون في مستويات متخالفة.

الاستكشاف 2-11

1. الزوايا ∠FAC و ∠GAB و ∠JBA و ∠KBD متساوية في القياس. كما أن الزوايا ∠CAG و ∠FAB و ∠ABK و ∠JBD متساوية في القياس.

2. الإجابة النموذجية:

الزاوية	∠FAC	∠CAG	∠GAB	∠FAB	∠JBA	∠ABK	∠KBD	∠JBD
القياس الأول	114	66	114	66	114	66	114	66
القياس الثاني	87	93	87	93	87	93	87	93
القياس الثالث	45	135	45	135	45	135	45	135
القياس الرابع	122	58	122	58	122	58	122	58
القياس الخامس	150	30	150	30	150	30	150	30

3a. زوايا متناظرة: ∠FAC و ∠JBA، و ∠CAG و ∠ABK، و ∠GAB و ∠KBD، و ∠FAB و ∠JBD؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن أزواج الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.

3b. زوايا داخلية متبادلة: ∠FAB و ∠ABK، و ∠GAB و ∠JBA؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

3c. زوايا خارجية متبادلة: ∠FAC و ∠KBD، و ∠CAG و ∠JBD؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن الزوايا الخارجية المتبادلة تكون متطابقة.

3d. زوايا داخلية متتالية: ∠FAB و ∠JBA، و ∠GAB و ∠ABK؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن الزوايا الداخلية المتتالية تكون متطابقة.

4a. الإجابة النموذجية: جميع الزوايا قياسها 90.

4b. الإجابة النموذجية: إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع بحيث يكون متعامدًا على أحد المستقيمين، فإن القاطع يصبح متعامدًا على المستقيم الآخر.

الدرس 2-11 (تمرين موجّه)

1A. 105°؛ مسلّمة الزوايا المتناظرة

1B. 75°؛ ∠2 متكاملة مع ∠1؛ نظرية التكامل

1C. 75°؛ ∠2 ≅ ∠3؛ نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

الدرس 2-11

23. $y = 117$ ؛ الزوايا المتناظرة متطابقة؛ $x = 51$ زاويتان متكاملتان.

24. $x = 39$ الزوايا المتناظرة متطابقة؛ $y = 41$ زاويتان متكاملتان.

25. $x = 42$ زاويتان متكاملتان.

26. $x = 43$ زاويتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان؛ $y = 18$ زاويتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان.

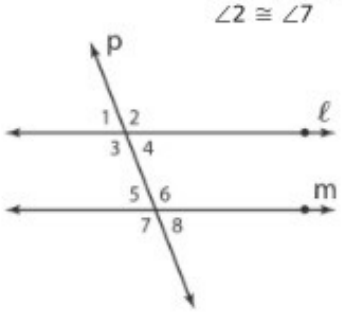
27. $x = 60$ الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة؛ $y = 14$ زاويتان داخليتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان.

28. $x = 70$ زاويتان داخليتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان؛ $y = 33$ الزوايا المتناظرة متطابقة.

34. المعطى: $\ell \parallel m$

المطلوب إثباته: ∠8 ≅ ∠1

∠2 ≅ ∠7



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\ell \parallel m$ (معطى)
2. ∠6 ≅ ∠2, ∠5 ≅ ∠1 (مسلّمة الزوايا المتناظرة ⚠)
3. ∠7 ≅ ∠6, ∠8 ≅ ∠5 (نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس ⚠)
4. ∠7 ≅ ∠2, ∠8 ≅ ∠1 (خاصية التعدي)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

35a. الزوايا زوجية الترقيم متطابقة لأن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

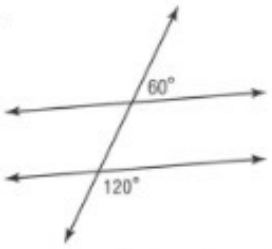
35b. الزوايا فردية الترقيم متطابقة لأن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

35c. ستكون الزاويتان متتامتين. وإذا تعامد مستقيم على أحد مستقيمين متوازيين، فإنه يكون متعامدًا على المستقيم الآخر. وتكوّن المستقيمات المتعامدة زوايا قائمة.

40. المستقيمان b و c متعامدان. وبما أن الزاويتين 5 و 6 تكوّنان زوجًا خطيًا، إذًا $m\angle 5 + m\angle 6 = 180$. و $\angle 5 \cong \angle 6$، إذًا $m\angle 5 = m\angle 6$. ومن خلال التعويض، تكون $m\angle 5 + m\angle 5 = 180$. إذًا $m\angle 5 = 90$ و $m\angle 6 = 90$. إذًا فالمستقيمان b و c متعامدان. وبما أن القاطع c يكون متعامدًا على المستقيم a والمستقيمان a و b متوازيان، فإن المستقيم c يكون متعامدًا على المستقيم a.

41. في كلتا النظريتين، يتكوّن زوج من الزوايا عندما يمر قاطع عبر مستقيمين متوازيين. ومع ذلك، في نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة المتكوّنة متطابقًا، بينما يكون كل زوج من الزوايا المتكوّنة متكاملاً في نظرية الزوايا الخارجية المتتالية.

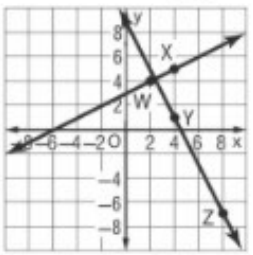
42.



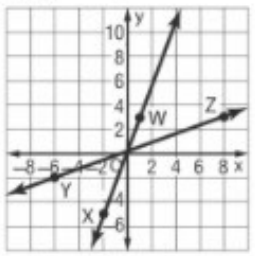
زوايا خارجية متتالية أو زوايا خارجية لنفس الضلع

الصفحات من 662 إلى 665، الدرس 3-11

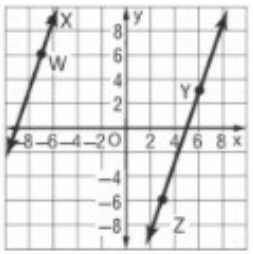
5.



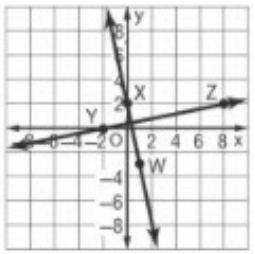
6.



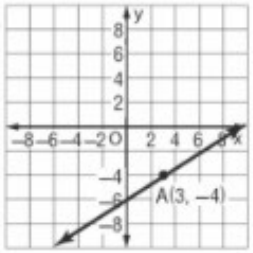
7.



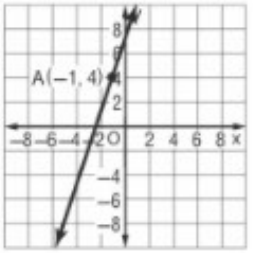
8.



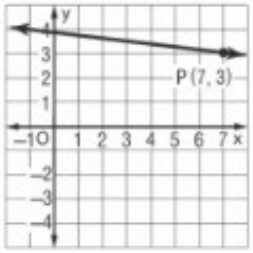
9.



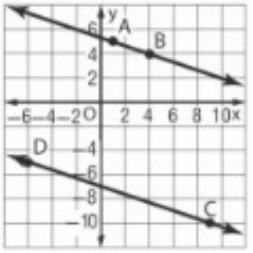
10.



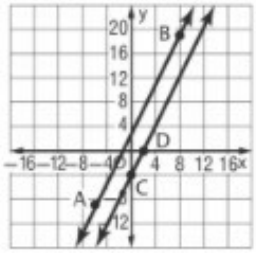
11.



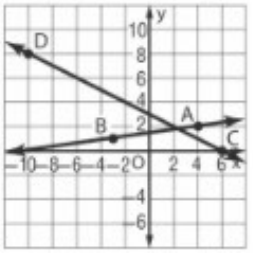
28.



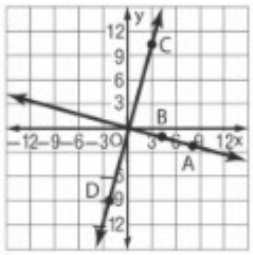
29.



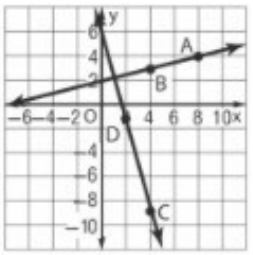
30.



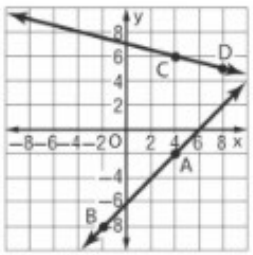
31.



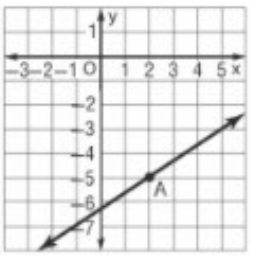
32.



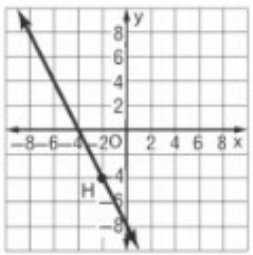
33.



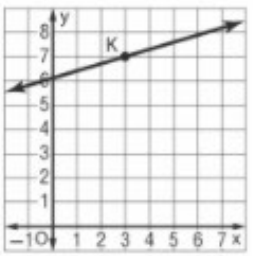
34.



35.

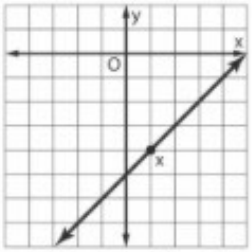


36.

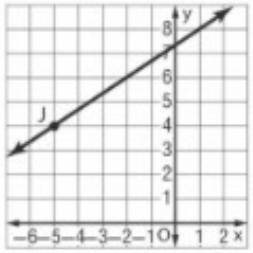


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

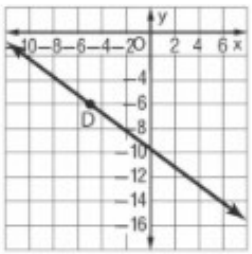
37.



38.

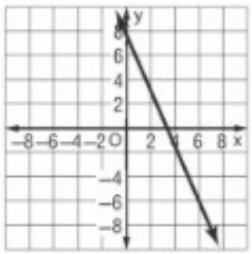


39.

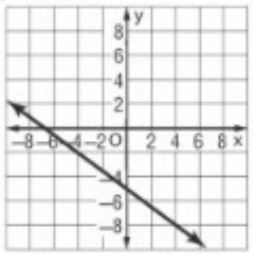


45b.

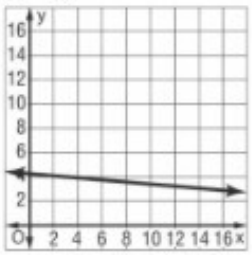
46. $x = 6$;



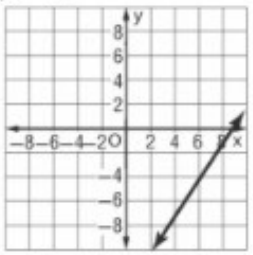
47. $y = -8$;



48. $x = 15$;



49. $y = 0$;



56. الإجابة النموذجية:

المعطى: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

المطلوب إثباته: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

البرهان:

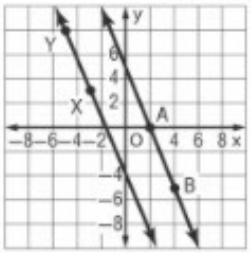
العبارات (المبررات)

1. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (معطى)
2. $m = \frac{-(y_2 - y_1)}{-(x_2 - x_1)}$ (خاصية الضرب)
3. $m = \frac{-y_2 + y_1}{-x_2 + x_1}$ (خاصية التوزيع)
4. $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ (خاصية الجمع والتبديل)

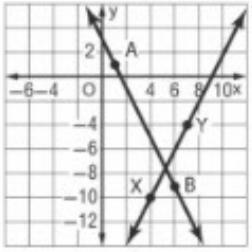
57. الإجابة النموذجية: النقطتان (−3, 4) و (−5, 5) تقعان على نفس المستقيم مثل النقطتين X و Y. والميل بين كل نقطتين يساوي 2−. لإيجاد نقاط إضافية، يمكنك تحديد أي نقطة على المستقيم وطرح 2 من الإحداثي y وإضافة 1 إلى الإحداثي x.

اختبار نصف الوحدة

15. متوازيان:

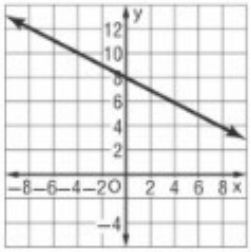


16. ليس أيا منهما:

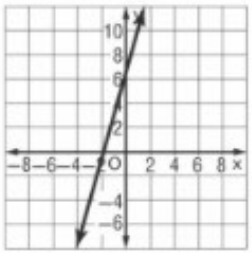


الدرس 4-11 (تمرين موجّه)

1. $y = \frac{1}{2}x + 8$

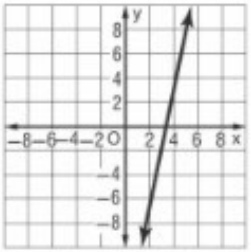


2. $y + 6 = 4(x + 3)$

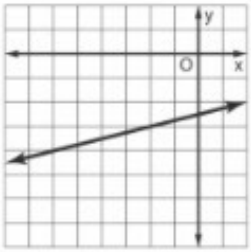


الدرس 4-11

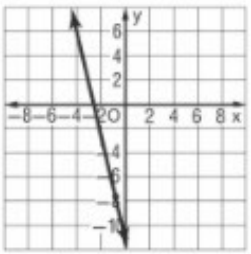
4.



5.



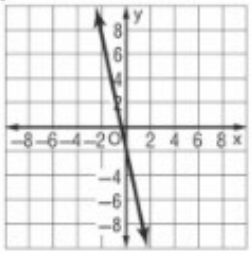
6.



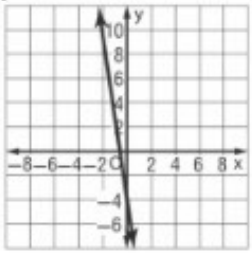
McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

12b. تكلفة خدمة الموسيقى

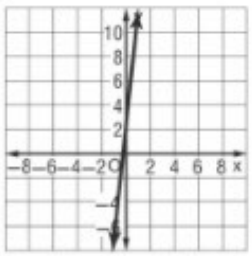
13. $y = -5x - 2$



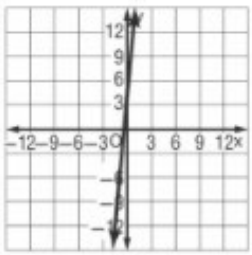
14. $y = -7x - 4$



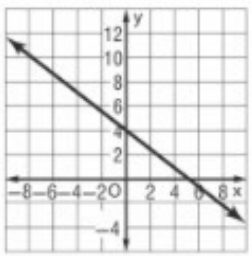
15. $y = 9x + 2$



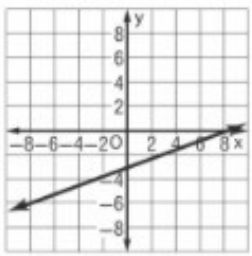
16. $y = 12x + \frac{4}{5}$



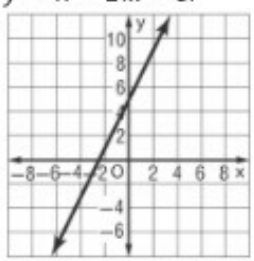
17. $y = -\frac{3}{4}x + 4$



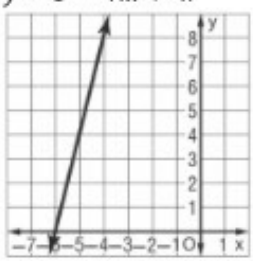
18. $y = \frac{5}{11}x - 3$



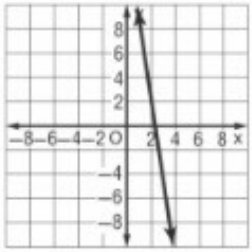
19. $y - 11 = 2(x - 3)$



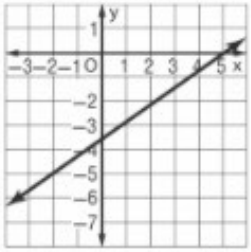
20. $y - 8 = 4(x + 4)$



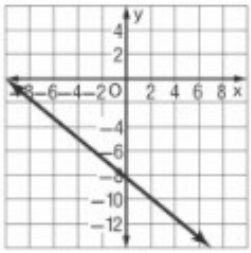
21. $y - 9 = -7(x - 1)$



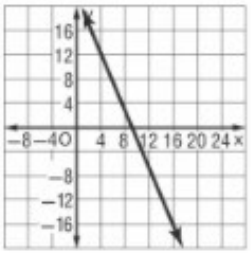
22. $y + 5 = \frac{5}{7}(x + 2)$



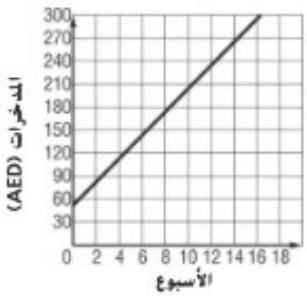
23. $y + 6 = -\frac{4}{5}(x + 3)$



24. $y + 12 = -2.4(x - 14)$



42b. مدخرات أحمد



42d. 15 ؛ إذا بدأ أحمد عملية التوفير منذ أسبوعين، فسيكون بالفعل معه AED 15 + AED 15 + AED 50 أو AED 80. وهو في حاجة إلى توفير 12(AED 10) + AED 180 أو AED 300. وهو لا يزال في حاجة إلى توفير AED 80 − AED 300 أو AED 220. وبقسمة AED 220 على AED 15، سيستغرق الأمر 15 أسبوعًا آخر من أحمد لتوفير ما يكفيه من النقود.

56. نعم؛ ميل المستقيم المار بالنقطتين (2, −2) و (5, 2) يساوي $\frac{3}{4}$. وميل المستقيم المار بالنقطتين (5, 2) و (8, 6) يساوي $\frac{3}{4}$. ونظرًا لأنّ هذين المستقيمين لهما نفس الميل ولهما نقطة مشتركة، فمعادلتهما ستكونان متماثلتين. ولذا، جميع النقاط تقع على نفس المستقيم وجميعها على استقامةٍ واحدة.

الدرس 5-11

16. $x = 42$. الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

17. $x = 15$. الزوايا المتناظرة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

18. $x = 72$. الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

19. $x = 40$. الزوايا الداخلية الموجودة على جهة واحدة من القاطع متكاملة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

20. $x = 27$. الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان. والزاويتان الداخليتان الموجودتان على جهة واحدة من القاطع متكاملتان. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

21. $x = 36$. الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

25. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $\angle 1 \cong \angle 3$ (معطى)
2. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إذا كان المستقيمان متوازيين. فحينها تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
3. $\angle 3 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)
4. $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.)

26. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$; $\angle 4 \cong \angle 2$ (معطى)
2. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إذا كان المستقيمان متوازيين. فحينها تكون الزوايا المتناظرة متطابقة.)
3. $\angle 4 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي)
4. $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$ (إذا كانت الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. فحينها يكون المستقيمان متوازيين.)

27. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle TQR \cong \angle TSR$; $m\angle R + m\angle TSR = 180$ (معطى)
2. $m\angle TQR = m\angle TSR$ (تعريف الزوايا المتطابقة)
3. $m\angle R + m\angle TQR = 180$ (التعويض)
4. $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$ (إذا كانت الزاويتان الداخليتان الموجودتان على جهة واحدة من القاطع متكاملتين. إذًا فالمستقيمان متوازيان.)

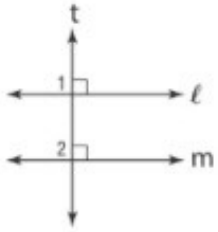
28. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle DAB \cong \angle DCB$; $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ (التعويض)
2. $\angle DAB$ هي زاوية قائمة (المستقيمات المتعامدة تكوّن زوايا قائمة.)
3. $m\angle DAB = 90$ (تعريف الزاوية القائمة.)
4. $m\angle DAB = m\angle DCB$ (تعريف الزوايا المتطابقة)
5. $m\angle DCB = 90$ (التعويض)
6. $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ (تعريف المستقيمات المتعامدة.)

30. المعطى: $\ell \perp t$, $m \perp t$

المطلوب إثباته: $\ell \parallel m$

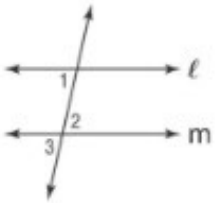


البرهان:

بما أنّ $t \perp \ell$ و $t \perp m$، فإن مجموع قياسي الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90. وبما أنّ $\angle 1$ و $\angle 2$ لهما نفس القياس، إذًا فهما متطابقتان. وحسب معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة، فإن $\ell \parallel m$.

31. المعطى: $\angle 2 \cong \angle 1$

المطلوب إثباته: $\ell \parallel m$



العبارات (المبررات)

1. $\angle 2 \cong \angle 1$ (معطى)
2. $\angle 3 \cong \angle 2$ (الزوايا المتقابلة بالرأس ≅ تكون متطابقة ≅)
3. $\angle 3 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي)
4. $\ell \parallel m$ (إذا كانت الزاويتان المتناظرتان ≅ متطابقتين ≅، إذًا فالمستقيمان متوازيان ∥.)

33. هذه المستقيمات متوازية لأن الزوايا المتناظرة متطابقة.

34. هذه المستقيمات متوازية لأن الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة.

35. هذه المستقيمات ليست متوازية لأن الزوايا الخارجية المتبادلة ليست متطابقة.

37. تقع النقطة (0, 5) على المستقيم $y = 2x + 5$. والمستقيم المتعامد على المستقيم $y = 2x + 5$ يكون له ميل يساوي $\frac{1}{2}$. ومعادلة المستقيم المتعامد تكون $y = \frac{1}{2}x + 5$. ونقطة التقاطع للمستقيمين $y = \frac{1}{2}x + 5$ و $y = 2x - 1$ هي (4, 7). استخدم صيغة المسافة لإيجاد المسافة بين (0,5) و (4,7). المسافة تساوي $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ أو تقريبًا 4.47 وحدات.

39. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $w \parallel x$; $x \parallel y$ (معطى)
2. $\angle 4 \cong \angle 3$; $\angle 3 \cong \angle 2$ (إذا مرّ قاطعٌ بمستقيمات متوازية، فإنّ الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.)
3. $\angle 4 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)
4. $w \parallel y$ (إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.)

41a. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$ (معطى)
2. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$ (تعريف الزوج الخطي.)
3. $\angle 3 \cong \angle 5$ (الزاويتان المتكاملتان مع نفس الزاوية تكونان متطابقتين مع بعضهما البعض.)
4. $b \parallel c$ (إذا كانت الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة، فحينها يكون المستقيمان متوازيين.)

41b. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $a \parallel b$; $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$ (معطى)
2. $\angle 5 \cong \angle 1$ (إذا مرّ قاطعٌ بمستقيمين متوازيين، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.)
3. $m\angle 1 = m\angle 5$ (تعريف الزوايا المتطابقة)
4. $m\angle 5 + m\angle 5 = 180$ (التعويض)
5. $2m\angle 5 = 180$ (خاصية الجمع)
6. $m\angle 5 = 90$ (خاصية القسمة في المعادلة)
7. $b \perp t$ (المستقيمان المتعامدان يتكونان من زوايا قائمة.)

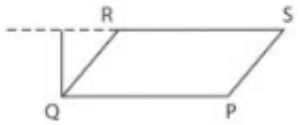
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

42. الإجابة النموذجية: استخدم زوجًا من الزوايا الخارجية المتبادلة والمتطابقة ويقطعهما قاطع؛ ووضّح أنّ الزاويتين الداخليتين المتتاليتين تكونان متكاملتين؛ ووضّح أيضًا أن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة؛ ووضّح أنّ مستقيمين في مستوى واحد يكونان متعامدين على نفس المستقيم؛ ووضّح أنّ الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.

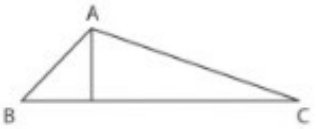
43. هذه العبارة صحيحة أحيانًا. وكان من الممكن أن تكون صحيحةً لو كانت الزاويتان قائمتين. وإلا، فإن الزاويتين المتكاملتين لن تكونا متطابقتين.

الدرس 6-11

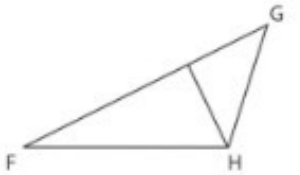
9.



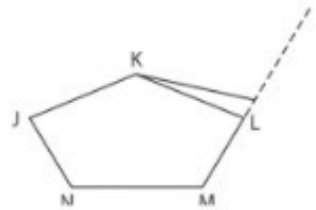
10.



11.

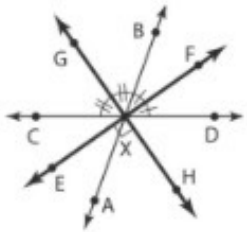


12.



الدرس 6-11

42. الإجابة النموذجية: المحل الهندسي للنقاط الموجودة على بُعد واحد من المستقيمين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ اللذين يتقاطعان عند النقطة X هي النقاط التي تقع على طول المستقيم $\overline{EF}$، والذي ينصف الزاويتين المتقابلتين بالرأس $\angle BXD$ و $\angle CXA$. والمستقيم $\overline{GH}$، الذي ينصف الزاويتين المتقابلتين بالرأس $\angle CXB$ و $\angle AXD$. ويكوّن المستقيمان $\overline{EF}$ و $\overline{GH}$ زوجًا من المستقيمات المتعامدة.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education